Concours d'accès en 1ère année des ENSA Maroc

Juillet 2015

Epreuve de Mathématiques **Durée : 1H30 min**

Q1. La somme $$\frac{1}{2}\left(\sum_{k=0}^{12} C_{12}^{k}\right) - 34 =$$			
A) 2012	B) 2013	C) 2014	D) 2015
Q2. $n \in IN^*$ $$\sum_{\substack{1\le i\le n \\ 1\le j\le n}} Min\,(i,j) =$$			
A) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	B) $\frac{n(n+1)}{3}$	C) $\frac{n(n+2)}{3}$	D) $\frac{(n+1)(n+2)}{6}$
Q3. Soit le réel $$\lambda = \sqrt[3]{3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}} - \sqrt[3]{-3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}}$$ En calculant λ^3, montrer que :			
A) $\lambda = 0$	B) $\lambda = 1$	C) $\lambda = 2$	D) $\lambda = 3$
Q4. $$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{\sin(n)}{3}\right)^n =$$			
A) 1	B) $\frac{1}{3}$	C) $\frac{2}{3}$	D) 0
Q5. $$\lim_{n\to+\infty}\sum_{k=0}^{2n+1}\frac{n}{n^2+k} =$$			
A) 0	B) 1	C) 2	D) k

ENSA

Q6. $$\lim_{x\to 0} \frac{e^{10\,x} - e^{7x}}{x} =$$			
A) 1	B) 2	C) 3	D) 4
Q7. $$\lim_{x\to 0^+} \left(1 + sin^2\left(\frac{1}{x}\right)\right)\ln x =$$			
A) 1	B) 0	C) $-\infty$	D) $+\infty$
Q8. $$\int_0^1 \frac{e^x}{(10-3e^x)^2}\,dx =$$			
$A)\ \frac{1}{3}(\frac{1}{10-3\mathrm{e}} - \frac{1}{7})$	$B)\ \frac{1}{2}(\frac{1}{10-3e} + \frac{1}{7})$	$C)\ \frac{1}{3}(\frac{1}{10-e} - \frac{1}{7})$	$D)\ \frac{1}{10-3e}$
Q9. $$\int_1^e \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 dx =$$			
A) $-\frac{5}{e}$	B) $2+\frac{5}{e}$	C) $\frac{5}{e}$	D) $2-\frac{5}{e}$
Q10. $$\int_0^1 \frac{1}{x^2+3x+2}dx =$$			
A) $ln\,(\frac{4}{3})$	B) $\frac{4}{3}$	C) $ln\,(\frac{5}{3})$	D) $\frac{5}{3}$

Problème 1:

On considère plusieurs urnes de boules $U_1, U_2, \ldots\ldots\ldots. U_n, \ldots\ldots$ telles que: la première urne, U_1, contient trois boules jaunes et deux boules vertes et chacune des autres urnes contient deux boules jaunes et deux boules vertes.

On réalise des tirages successifs de la manière suivante:

- on tire au hasard une boule de U_1;
- on place la boule tirée de U_1 dans U_2, puis on tire une boule dans U_2;
- on place la boule tirée de U_2 dans U_3, puis on tire une boule dans U_3;
- ...etc.

Pour tout entier $n \geq 1$, on note E_n l'événement "la boule tirée de U_n est verte" et $P_n = P(E_n)$ sa probabilité.

Q11. La valeur de P_1 est

A) 0,54	B) 0,40	C) 0,44	D) 0,64

Q12. Sachant qu'on a tiré une boule verte de U_1 et qu'on l'a placée dans U_2, la probabilité de tirer une boule verte de U_2 est

A) 0,60	B) 0,83	C) 0,80	D) 0,33

Q13. La valeur de P_2 est

A) 0,44	B) 0,46	C) 0,48	D) 0,45

Q14. La relation entre P_n et P_{n+1} est

A) $P_{n+1} = 5 + 5P_n$	B) $P_{n+1} = 2 + 5P_n$	C) $P_{n+1} = 5 + 2P_n$	D) $5\,P_{n+1} = 2 + P_n$

Q15. En étudiant le comportement de la suite P_n, peut-on confirmer qu'après un grand nombre de tirage on a

A) une chance sur deux de tirer une boule verte	B) une chance sur trois de tirer une boule verte	C) une chance sur quatre de tirer une boule verte	D) une chance sur cinq de tirer une boule verte

ENSA

Problème 2:

Le plan complexe P est rapporté au repère orthonormal direct $(O,\vec{i},\vec{j})$; unité graphique 1cm.
Soient A, B et C les points d'affixes respectives $a = 2$, $b = 3 + i\sqrt{3}$ et $c = 2i\sqrt{3}$.

Q16. La mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ vaut

A) 90°	B) 95°	C) 85°	D) 180°

Q17. L'affixe w du centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC est

A) $1 - i\sqrt{3}$	B) $1 + i\sqrt{3}$	C) $-1 + i\sqrt{3}$	D) $-1 - i\sqrt{3}$

Q18. On note A_n le point d'affixe z_n, où z_n est la suite de nombres complexes, de premier terme $z_0 = 0$, et telle que, pour tout entier naturel n:

$$z_{n+1} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z_n + 2.$$

On considère la suite $t_n = z_n - w$.
En faisant remarquer que w est solution de l'équation $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{2} z + 2$. La suite t_n vérifie la relation:

A) $t_{n+1} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} t_n$	B) $t_{n+1} = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} t_n$	C) $1 + i\sqrt{3}\, t_{n+1} = 2\, t_n$	D) $1 + i\sqrt{3}\, t_n = 2\, t_{n+1}$

Q19. En déduire que pour tout entier naturel n, on a

A) $A_{n+6} = 2A_n$	B) $A_{n+6} = -A_n$	C) $A_{n+6} = A_n$	D) $A_{n+6} = -2\, A_n$

Q20. La valeur de A_{2015} est

A) $-1 + 2i\sqrt{3}$	B) $3 + i\sqrt{3}$	C) $3i\sqrt{2}$	D) $-1 + i\sqrt{3}$